Preference ve spotřebě potravin bohatých na bílkoviny

Michal Novák

Vedoucí práce: RNDr. Jitka Bartošová, Ph.D.

1. Úvod

1.1 Ordinalistická teorie užitku

Teorie spotřebitelského výběru může být vyjádřena pomocí spotřebitelských preferencí a užitek je posuzován jako způsob popisu preferencí. Spotřebitel si vybírá ze spotřebního koše dle preferencí tak, aby maximalizoval svůj užitek.

Základní deskripcí pro analýzu výběru jsou preference spotřebitele a užitek je způsob jejich popisu. Spotřební koš je popis situace spotřebitele, tj. vektor $\vec{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, jehož složky představují množství spotřebovávaných statků. Užitková funkce je způsob pro přidělení určitého čísla (pořadí) každému spotřebnímu koši tak, aby preferovanější spotřební koš měl číslo vyšší než méně preferovaný spotřební koš. Preference uspořádává spotřební množinu dle užitku, který spotřeba jednotlivých komodit přináší. Toto uspořádání může být ostré (výrazná preference) nebo neostré (mírná preference).

Relace neostrá preference $\overset{\approx}{\succ}$ definuje neostré uspořádání na spotřební množině. Koš (x_1, x_2) je preferován před košem (y_1, y_2) pokud užitek (x_1, x_2) je vyšší než (y_1, y_2). To lze symbolicky vyjádřit jako $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ pouze pokud $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$.[1]

Základním předpokladem, který umožňuje spotřebiteli racionální volbu, je splnění tři základních vlastností (axiomů):

1) úplnost srovnání

$$\vec{x}_1 \overset{\approx}{\succ} \vec{x}_2 \vee x_2 \overset{\approx}{\succ} x_1$$

říká, že každé dvě situace $\vec{x}_1$ a $\vec{x}_2$ jsou srovnatelné, tzn. je známo, kterou z těchto situací bude spotřebitel preferovat,

2) reflexivnost

$$\vec{x} \overset{\approx}{\succ} \vec{x}$$

znamená, že jakákoliv situace spotřebitele je srovnatelná, každý spotřební koš musí být alespoň tak dobrý, jako ten stejný spotřební koš,

3) tranzitivnost

$$\left(\vec{x}_1 \overset{\approx}{\succ} \vec{x}_2 \wedge x_2 \overset{\approx}{\succ} x_3\right) \Rightarrow \vec{x}_1 \overset{\approx}{\succ} \vec{x}_3$$

1 BARTOŠOVÁ, Jitka. *Modelování v ekonomii : Podpůrný učební text k on-line kurzu 6MI420*. 1. vyd. [s.l.] : Oeconomica, 2007. 35 s. ISBN 978-80-245-1162-7.

nám říká, že jestliže preferuji spotřebitelský koš A před B a zároveň spotřebitelský koš B preferuji před spotřebním košem C, potom lze předpokládat, že preferuji spotřební koš A před spotřebním košem C

Relace neostrá preference definuje dvě další relace na spotřební množině. Jsou to

- relace ekvivalence (indiferentnost)
  - označuje dvě rovnocenné situace

$$\vec{x}_1 \approx \vec{x}_2 \Leftrightarrow \vec{x}_1 \succapprox \vec{x}_2 \wedge \vec{x}_2 \succapprox \vec{x}_1,$$

- relace ostrá preference $\succ$

$$x_1 \succ x_2 \Leftrightarrow x_1 \succapprox x_2 \wedge x_1 \neq x_2.$$

1.2 Kardinalistická teorie užitku, tvorba poptávkové křivky, Gossenovy zákony

V teorii je užitek považován za přímo měřitelný. Velikost užitku měřen jednak cenou, kterou je spotřebitel ochoten zaplatit, a jednak množstvím zboží, kterého je ochoten se vzdát pro dosažení požadovaného statku. Mezní příjmy plynoucí ze spotřeby zde vyjadřují mezní užitek a mezní náklady spojené se spotřebou vyjadřují cenu.

1. Gossenův zákon říká, že mezní užitek má s růstem objemu spotřebovávaného zboží tendenci klesat. Celkový užitek, tzn.maximální částku, kterou je spotřebitel ochoten zaplatit, získáme jako součet mezních užitků, kde užitková funkce $U = f(Q)$ je funkcí spotřebovávaného množství. Platí

$$MU = \frac{\Delta TU}{\Delta Q}.$$

Na trhu jednoho výrobku platí, že pokud mezní užitek je větší než cena, objem spotřeby roste, tzn. spotřebitel zvyšuje své nákupy. Pokud je mezní užitek menší než cena, objem spotřeby klesá, tzn. spotřebitel své nákupy snižuje. Při rovnosti mezního užitku a ceny nastává stav optimální spotřeby, tzn. spotřebitel je v rovnováze. Můžeme tedy říci, že spotřebitel je v rovnováze, jestliže v rámci svého rozpočtového omezení a při daných cenách nemůže svůj užitek zvýšit tím, že ztrátu jednoho statku nahradí zvýšením množství statku jiného.

Na trhu se dvěma výrobky platí

$$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y},$$

$$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y}.$$

2. Gossenův zákon (zákon rovnosti mezních užitků) říká, že spotřebitel porovnává, jaký užitek mu přinesou peněžní prostředky vynaložené na nákup jednotlivých statků. Racionálně jednající spotřebitel zvyšuje objem nákupu určitého statku až do bodu, kdy se mezní užitek poslední peněžní jednotky vynaložené na jeho nákup vyrovná meznímu užitku poslední peněžní jednotky vynaložené na nákup všech ostatních statků.

Stoupne-li cena, spotřebitel sníží objem nakupovaného statku, klesne-li cena, spotřebitel zvýší objem nakupovaného statku. Křivka mezního užitku (měřeného v peněžních jednotkách) je shodná s křivkou poptávky. Je zřejmé, že například

$$\frac{2 \cdot MU_x}{2 \cdot P_x} = \frac{MU_y}{P_y},$$

kde $MU_y = 2MU_x$ a $P_y = 2P_x$, takže pro statků platí

$$\frac{MU_1}{P_1} = \frac{MU_2}{P_2} = \ldots = \frac{MU_n}{P_n}.$$

Bod spotřebitelského optima nastává v situaci, kdy . Křivka poptávky je totožná s klesající křivkou mezního užitku

1.3 Indiferenční křivky při dané funkci celkového užitku spotřebního koše, vztahy mezi mezními mírami substituce a mezními užitky

Indiferenční křivka je množina bodů vyjadřující kombinace dvou statků, které mají pro spotřebitele stejný celkový užitek. Mezní míra substituce vyjadřuje sklon této křivky.

1.4 Funkce celkového užitku spotřebního koše, základní modely substituce statků v podmínkách různých preferencí

Mapa indiferenčních křivek je souhrnem všech indiferenčních křivek, kde na každé indiferenční křivce je zakreslena kombinace dvou statků. Čím je indiferenční křivka vzdálenější od počátku, tím vyjadřuje větší hladinu celkového užitku.

1.4.1 Jednotlivé modely volby spotřebního koše (spotřebitelské preference)[2]

Model s omezenou substitucí statků

Indiferentní statky, tzn. dvojice statků, jež vůči sobě nemají žádný vztah, mají indiferenční křivky neprotínající osy. Celkový užitek zde můžeme vyjádřit pomocí Cobb-Douglasovy funkce, jejíž indiferenční křivky mají ryze konvexní charakter.

Model s neomezenou substitucí statků

Toto je model, kde jsou přímé substituty tzn. jeden statek může být nahrazen jiným. Indiferenční křivky protínají osy.

Model s omezenou substitucí nezbytného a neomezenou substitucí zbytného

statku

Tento model je modelem nepřímých substitutů, kdy jeden statek je považován za nezbytný, jako např. mléko, a druhý za zbytný, jako např. telefon.

Model dokonalé substituce

Jedná se o model s dokonalými substituty, tzn. uvažujeme kvantitativní rozdíl mezi jednotlivými statky, které jsou dokonale vzájemně nahraditelné.

Dokonalé komplementy

Uvažujeme spotřebu statků najednou v pevných poměrech, např. případ levé a pravé boty, kde spotřebitel má zájem pouze o celé páry bot. Proto volíme užitkovou funkci jako počet párů bot. Jakákoliv monotónická transformace této užitkové funkce zachytí stejné preference.

2 *Mikroekonomie otázky* [online]. 2006 [cit. 2007-04-10]. Dostupný z WWW: <http://axelx1.com/CZU/Druhy%20rocnik/Mikroekonomie/mikro_otazky.doc>.

1.4.2 Rozpočtové omezení spotřebitele (budget line). Změny rozpočtových možností a jejich vliv na rovnováhu spotřebitele

Spotřebitel se vedle preferencí rozhoduje také na základě svých finančních možností, tzn. výše důchodu . Z hlediska modelu uvažujeme nákup dvou druhů zboží, kde spotřebitel nespoří, ani se nepůjčuje.

Spotřebitel ale nemusí vyčerpat celý disponibilní důchod na nákup těchto dvou statků a tak vznikne úspora.

Z hlediska změn uvažujeme dva druhy. Jednak se může jednat o změnu důchodu spotřebitele, kde při zvýšení důchodu dojde k posunu rozpočtové přímky směrem nahoru, kdežto při snížení dochází k posunu rozpočtové přímky směrem dolů. Jednak uvažujeme změnu cen statků, kde se mění sklon rozpočtové křivky.

1.4.3 Maximalizace celkového užitku spotřebního koše a vlastnosti rovnováhy spotřebitele

Pro nalezení velikosti poptávky lze využít klasické metody nalezení optima spotřebitele, např. metodu Lagrangeových multiplikátorů. Pro Cobb-Douglasovy preference a lineární rozpočtové omezení v případě dvou komodit platí vztah[3]

$$L(x_1, x_2, \lambda) = U(x_1, x_2) + \lambda \cdot (Y - P_1 \cdot x_1 - P_2 \cdot x_2) = x_1^c \cdot x_2^d + \lambda \cdot (I - P_1 \cdot x_1 - P_2 \cdot x_2).$$

Rovnováha spotřebitele nastává, pokud je rozpočtová linie tečnou jedné indiferenční křivky, kde optimální úroveň pro spotřebitele z hlediska cen a příjmů je bodem rovnovážným. Proto se v bodě optima mezní míra substituce na indiferenční křivce rovná mezní míře substituce na rozpočtové linii a proměny mezních užitků se rovnají cenovým relacím. Platí

$$-MMS_{1/2} = \frac{MU_2}{MU_1} = \frac{P_2}{P_1}.$$

Z hlediska maximalizace užitku spotřebního koše hledáme takovou kombinaci x_1 a x_2, která dává maximální užitek. Musí platit druhý Gossenův zákon a vztah

$$I = P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_2,$$

při současném dodržení rozpočtového omezení.

Při maximalizaci užitku při neomezené substituci obou statků uvažujeme funkci celkového užitku

$$U = ax_1 + bx_2 + x_1 \cdot x_2,$$

kde se proměny mezních užitků rovnají cenovým relacím

$$\frac{MU_1}{MU_2} = \frac{\frac{dU}{dx_1}}{\frac{dU}{dx_2}} = \frac{a + x_2}{b + x_1} = \frac{P_1}{P_2}.$$

3 BARTOŠOVÁ, Jitka. *Modelování v ekonomii : Podpůrný učební text k on-line kurzu 6MI420*. 1. vyd. [s.l.] : Oeconomica, 2007. 35 s. ISBN 978-80-245-1162-7.

1.5 Programy využitelné pro ekonomické modelování

- Nejpoužívanější CAS (= Computer Algebra System) [4]
  - freeware: Axiom, CoCoA, DoCon, DCAS, Eigenmath, GAP, GiNaC, Macaulay, Mathomatic, Maxima, Meditor, Pari/GP, Sage, Singular, WIRIS, Yacas
  - komerční: Derive, Fermat, Magma, Maple, MathCad, Mathematica, MuMATH, MuPAD, REDUCE
- Nejpoužívanější software pro numerickou analýzu dat
  - freeware: GNU Octave, R, Scilab
  - komerční: GAUSS, LabVIEW, Mathematica, MATLAB, Sysquake
- Nejpoužívanější software pro statistické výpočty
  - freeware: EasyReg, gretl, PSPP, R, SOCR
  - komerční: ASReml, AcaStat, Analyse-it, BioStat, Eviews, GAUSS, GenStat, JMP, Mathematica, MedCalc, Minitab, NCSS, Origin, RATS, SAS, Stata, STATISTICA, Statgraphics, StatIt, StatPlus, SPlus, SPSS, StatsDirect, Statistix, SYSTAT, UNISTAT, VisualStat, XLStat, XploRe
- Nejpoužívanější tabulkové procesory („spreadsheet“)
  - freeware: Gnumeric, OpenOffice.org Calc
  - komerční: Microsoft Excel, Lotus 1-2-3
  - online: EditGrid, Google Docs & Spreadsheets, iRows, Simple Spreadsheet, ThinkFree Calc, wikiCalc, Xcellery, Zoho Office Suite

2. Motivační článek

Při hledání vhodného tématu pro zpracování seminární práce mě zaujal mě článek „Zdroje bílkovin – minikurz výživy o bílkovinách“. Autor v něm uvádí, že bílkoviny jsou součástí našeho těla a je nutné je neustále doplňovat ve formě stravy. Nachází se v potravinách, a to jak v rostlinné podobě, tak živočišné. Nejvíce se nachází ve vejcích, mase, rybách, bramborech, rýži atd. Za nejkvalitnější zdroj bílkovin, z hlediska komplexnosti příjmu aminokyselin potřebných pro stavbu lidských bílkovin, je považován vaječný bílek. Autoři mu přisoudili biologickou hodnotu 100 v komparaci s jinými potravinami jako zdroji bílkovin. Hodnota udává vhodnost poměru aminokyselin v potravině, potřebných pro proteosyntézu.

V současné době převažují jako zdroj bílkovin živočišné produkty (pokrývají potřebu ze 2/3). V době před cca 20 lety byl dle autorů poměr živočišných a rostlinných zdrojů bílkovin 1:1. Přemíra živočišných zdrojů bílkovin má neblahé důsledky pro konzumenta z hlediska vyššího příjmu cholesterolu a nasycených tuků, které mohou vést až k arterioskleróze. Vegetariánský přístup ke konzumaci potravin autoři neshledávají jako problematický, problém vidí ve veganském přístupu, kde nejsou zastoupeny žádné zdroje bílkovin živočišného původu jako např. mléko či vejce.

Tento článek mě přivedl na myšlenku zjistit, jaké jsou preference současného českého spotřebitele při nákupu několika běžných potravin bohatých na bílkoviny.

4 *Comparison of computer algebra systems* [online]. 2007 , 01:56, 7 April 2007 [cit. 2007-04-10]. Dostupný z WWW: <http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_computer_algebra_systems>.

Tab. č. 1: Biologická hodnota vybraných zdrojů bílkovin

Potravina	Biologická hodnota
Vaječný bílek	100
Ryba	70
Hovězí maso	69
Kravské mléko	69
Hnědá rýže	57
Bílá rýže	56
Sojové boby	47
Pivovarské kvasinky	45
Celozrnná pšenice	44
Burské oříšky	43
Fazole	34
Brambory	34

Zdroj motivačního článku je uveden v použité literatuře [5]. Původním znění je součástí Přílohy 1.

2.1 Charakteristika datového souboru

Moje semestrální práce se zabývá srovnáním spotřebních košů na trhu z hlediska spotřeby bílkovin. Pro analýzu jsem vybral tři statky, jejichž užitek pro spotřebitele budu srovnávat. Jsou to mléko, drůbež a ryby. Dále chci zjistit vývoj preferencí v závislosti na rozpočtovém omezení pro vybrané potraviny.

Pro analýzu jsem použil data sebraná Českým statistickým úřadem a využiji hodnoty pro roky 2001–2005.

Na takto sebraná data použiji pro získání užitkové funkce metodu Cobb-Douglasových preferencí a metodu Lagrangeových multiplikátorů pro určení spotřebitelského optima.

Zdroje dat jsou uvedeny v použité literatuře pod čísly [7] a [8].

2.2 Analýza

Z důvodu použití počítačových programů při analýze a lepší práci s nimi, budu používat pro statek x_1 označení x. Pro statek x_2 označení y.

2.2.1 Spotřebitelský koš [mléko, drůbež]

K výpočtu položky průměr je použit geometrický průměr hodnot jednotlivých let (viz Tabulka 2). Spotřebu mléka vyjadřuji proměnnou x a spotřebu drůbeže proměnnou y.

Tab. č. 2: Odhad Cobb-Douglassových preferencí

rok	cena (mléko)	spotřeba (mléko)	cena (drůbež)	spotřeba (drůbež)	I (mléko + drůbež)	S1	S2	U(x,y)
2001	13,48	58,9	60,55	22,9	2180,567	0,364112637	0,635887363	32,30156369
2002	13,87	60,2	46,23	23,9	1939,871	0,43042759	0,56957241	35,57008012
2003	13,38	56,8	53,60	23,8	2035,664	0,373334696	0,626665304	32,93154602
2004	14,35	59,8	51,80	25,3	2168,67	0,395694135	0,604305865	35,55856272
2005	14,45	53,8	51,60	26,1	2124,17	0,365982949	0,634017051	34,01034504
suma	**69,53**	**289,5**	**263,78**	**122**	**10448,942**	**1,929552007**	**3,070447993**	**170,3720976**
průměr	***13,89915644***	***57,85071305***	***52,55771292***	***24,37329662***	***2087,787173***	***0,385133179***	***0,613570551***	***34,04827776***

Odhadnutá **užitková funkce** má tvar

$$U = x^{0,39} \cdot y^{0,61}$$

a příslušnou **Lagrangeovu funkci** můžeme tedy vyjádřit vztahem

$$L(x, y, \lambda) = U + \lambda \cdot (2088 - 14x - 53y).$$

Zobrazení indiferenčních křivek v letech 2001 – 2005, určení optima spotřebitele s využitím programů Derive a Maple

Odhadnutou užitkovou funkci využijeme k zobrazení indiferenčních křivek. Vztahy pro rozpočtové omezení a indiferenční křivky v jednotlivých letech si nejprve zapíšeme do programu:

#12: $2088 = 14 \cdot x + 53 \cdot y$

#13: $x^{0.36} \cdot y^{0.64} = 32.3$

#14: $x^{0.43} \cdot y^{0.57} = 35.57$

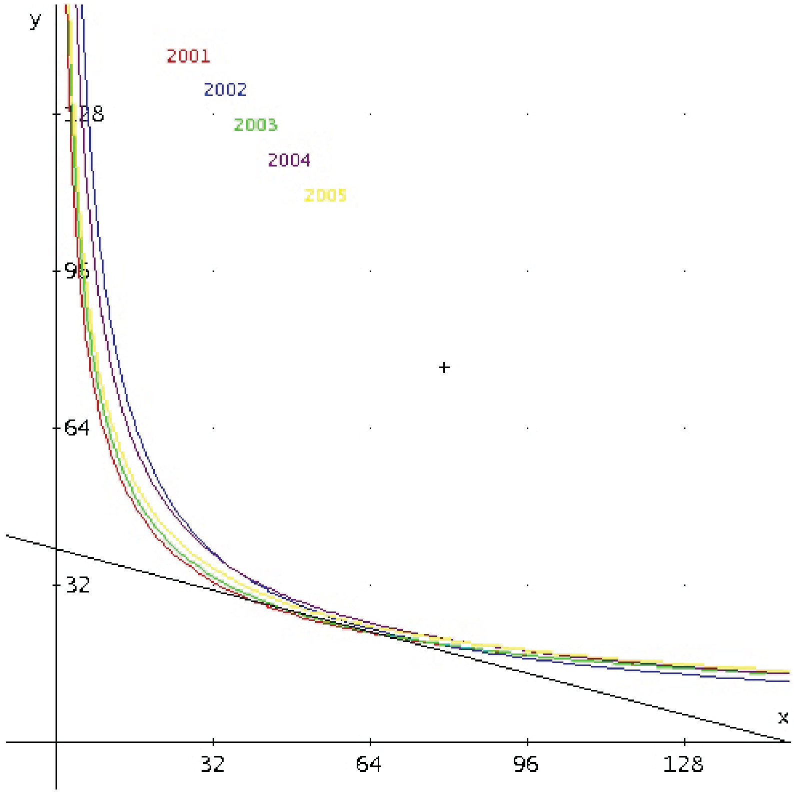
#15: $x^{0.37} \cdot y^{0.63} = 32.93$

#16: $x^{0.4} \cdot y^{0.6} = 35.56$

#17: $x^{0.37} \cdot y^{0.63} = 34$

Grafickým zobrazením těchto rovnic pak získáme mapu indiferenčních křivek pro jednotlivé roky a přímku znázorňující rozpočtové omezení.

Obr. č. 1



Pro **určení optima spotřebitele** použijeme Lagrangeovu funkci. Parciální derivace Lagrangeovy funkce podle jednotlivých proměnných položíme rovny nule a řešíme jako soustavu tří rovnic o třech neznámých.

#1: $x^{0.39}\cdot y^{0.61}$

#2: $x^{0.39}\cdot y^{0.61} + \lambda\cdot(2088 - 14\cdot x - 53\cdot y)$

#3: $\frac{d}{dx}\left(x^{0.39}\cdot y^{0.61} + \lambda\cdot(2088 - 14\cdot x - 53\cdot y)\right)$

#4: $\frac{39\cdot y^{61/100}}{100\cdot x^{61/100}} - 14\cdot\lambda$

#5: $\frac{d}{dy}\left(x^{0.39}\cdot y^{0.61} + \lambda\cdot(2088 - 14\cdot x - 53\cdot y)\right)$

#6: $\frac{61\cdot x^{39/100}}{100\cdot y^{39/100}} - 53\cdot\lambda$

#7: $\frac{d}{d\lambda}\left(x^{0.39}\cdot y^{0.61} + \lambda\cdot(2088 - 14\cdot x - 53\cdot y)\right)$

#8: $-14\cdot x - 53\cdot y + 2088$

Program Derive bohužel neumožňuje řešit soustavy nelineárních rovnic, tudíž k řešení vzniklé soustavy využiji programu Maple ve verzi 10.06.

$$> \mathit{soustava} := \left\{ \left(\frac{39 \cdot y^{\frac{61}{100}}}{100 \cdot x^{\frac{61}{100}}} - 14 \cdot \lambda \right) = 0, \left(\frac{61 \cdot x^{\frac{39}{100}}}{100 \cdot y^{\frac{39}{100}}} - 53 \cdot \lambda \right) = 0, (-14 \cdot x - 53 \cdot y + 2088) = 0 \right\}$$

$$\mathit{soustava} := \left\{ -14\,x - 53\,y + 2088 = 0,\ \frac{39}{100} \frac{y^{\frac{61}{100}}}{x^{\frac{61}{100}}} - 14\,\lambda = 0,\ \frac{61}{100} \frac{x^{\frac{39}{100}}}{y^{\frac{39}{100}}} - 53\,\lambda = 0 \right\}$$

$$> \mathit{solve}(\mathit{soustava}, \{x, y, \lambda\})$$

$$\left\{ x = \frac{10179}{175}, y = \frac{31842}{1325}, \lambda = \frac{1}{2516343545447273832193179208025303023800} \mathrm{RootOf}\left(25\,\_Z^{100} - 4703390913067201656271024234524443845387924480235740279443731511176575338234898674678597, \mathit{index} = 1\right)^{39} 31842^{\frac{61}{100}}\ 1325^{\frac{39}{100}} \right\}$$

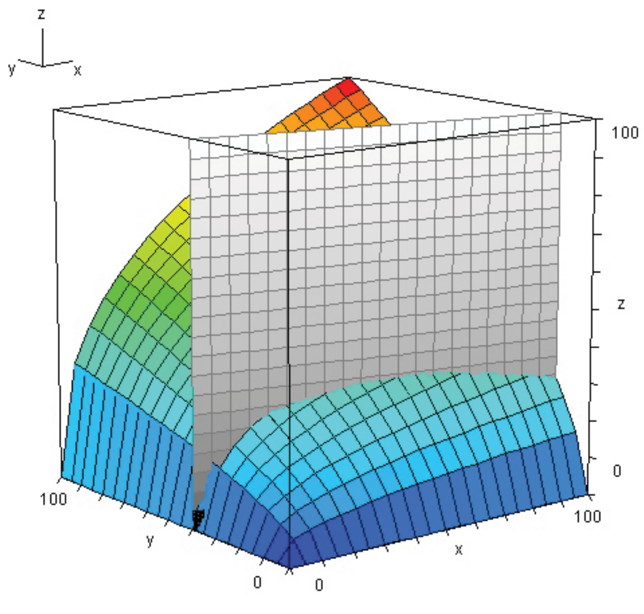
$$> \mathit{evalf}[10](\%)$$

$$\{ y = 24.03169811, x = 58.16571429, \lambda = 0.01624681299 \}$$

Při vzniklém rozpočtovém omezení 2088 Kč má optimální spotřeba mléka hodnotu 58,2 litrů na osobu ročně a optimální spotřeba drůbežího masa hodnotu 24 kg na osobu ročně. Toto optimum je možné vidět také na mapě indiferenčních křivek.

Odhadnutou užitkovou funkci společně s rozpočtovým omezením můžeme znázornit také pomocí 3D grafu v programu Derive.

Obr. č. 2



Vidíme, že 3D graf užitkové funkce je typicky kvazikonkávní a rozpočtové omezení je řezem této funkce.

2.2.2 Spotřebitelský koš [mléko, ryby]

Při odhadech užitku, preferencí a spotřebitelského optima v případě spotřeby mléka a ryb budeme postupovat stejně jako v předchozím případě.

Tab. č. 3: Odhad Cobb-Douglassových preferencí

rok	cena (mléko)	spotřeba (mléko)	cena (ryby)	spotřeba (ryby)	I (mléko + ryby)	S1	S2	U(x,y)
2001	13,48	58,9	138,06	5,4	1539,496	0,51573502	0,48426498	18,51753167
2002	13,87	60,2	126,85	5,3	1507,279	0,553961145	0,446038855	20,36490972
2003	13,38	56,8	114,16	5,3	1365,032	0,556751783	0,443248217	19,85045893
2004	14,35	59,8	111,75	5,5	1472,755	0,582669894	0,417330106	22,09051956
2005	14,45	53,8	108,53	5,8	1406,884	0,552575763	0,447424237	19,85932688
suma	**69,53**	**289,5**	**599,35**	**27,3**	**7291,446**	**2,761693605**	**2,238306395**	**100,6827468**
průměr	***13,89915644***	***57,85071305***	***119,3806467***	***5,456915596***	***1456,869893***	***0,551920329***	***0,447157372***	***20,10394643***

Odhadnutá užitková funkce má v tomto případě tvar

$$U = x^{0,55} \cdot y^{0,45}$$

a příslušnou **Lagrangeovu funkci** můžeme vyjádřit vztahem

$$L(x, y, \lambda) = U + \lambda \cdot (1457 - 14x - 119y).$$

Zobrazení indiferenčních křivek v letech 2001 – 2005, určení optima spotřebitele s využitím programů Derive a Maple

Odhadnutou užitkovou funkci využijeme opět k zobrazení indiferenčních křivek. Vztahy pro rozpočtové omezení a indiferenční křivky v jednotlivých letech si nejprve zapíšeme do programu:

$$\#1: \quad 1457 = 14\cdot x + 119\cdot y$$

$$\#2: \quad x^{0.52}\cdot y^{0.48} = 18.52$$

$$\#3: \quad x^{0.55}\cdot y^{0.45} = 20.36$$

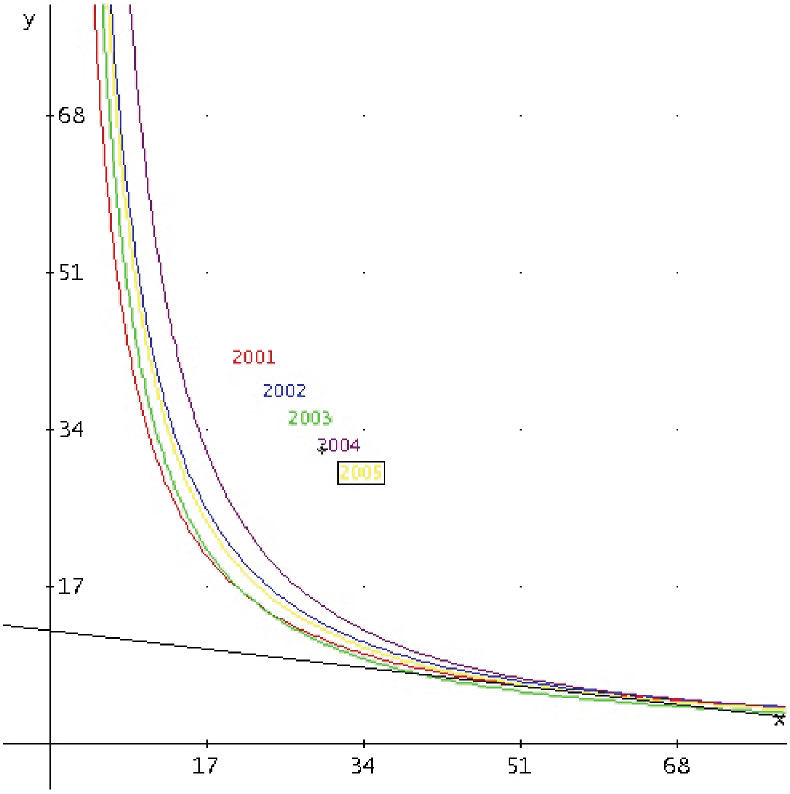
$$\#4: \quad x^{0.56}\cdot y^{0.46} = 19.85$$

$$\#5: \quad x^{0.58}\cdot y^{0.42} = 22.09$$

$$\#6: \quad x^{0.55}\cdot y^{0.45} = 19.86$$

Grafickým zobrazením těchto rovnic získáme mapu indiferenčních křivek pro jednotlivé roky a přímku znázorňující rozpočtové omezení (viz Obrázek 3).

Obr. č. 3



Pro **určení optima** použijeme Lagrangeovu funkci a určíme její parciální derivace podle jednotlivých proměnných, které položíme rovny nule.

$$\#1: \quad x^{0.55}\cdot y^{0.45} + \lambda\cdot(1457 - 14\cdot x - 119\cdot y)$$

$$\#2: \quad \frac{d}{dx}\left(x^{0.55}\cdot y^{0.45} + \lambda\cdot(1457 - 14\cdot x - 119\cdot y)\right)$$

$$\#3: \quad \frac{11\cdot y^{9/20}}{20\cdot x^{9/20}} - 14\cdot\lambda$$

$$\#4: \quad \frac{d}{dy}\left(x^{0.55}\cdot y^{0.45} + \lambda\cdot(1457 - 14\cdot x - 119\cdot y)\right)$$

$$\#5: \quad \frac{9\cdot x^{11/20}}{20\cdot y^{11/20}} - 119\cdot\lambda$$

$$\#6: \quad \frac{d}{d\lambda}\left(x^{0.55}\cdot y^{0.45} + \lambda\cdot(1457 - 14\cdot x - 119\cdot y)\right)$$

$$\#7: \quad -14\cdot x - 119\cdot y + 1457$$

Vzniklou soustavy nelineárních rovnic vyřešíme pomocí programu Maple.

$$> \ soustava := \left\{ \left(\frac{11 \cdot y^{\frac{9}{20}}}{20 \cdot x^{\frac{9}{20}}} - 14 \cdot \lambda \right) = 0, \left(\frac{9 \cdot x^{\frac{11}{20}}}{20 \cdot y^{\frac{11}{20}}} - 119 \cdot \lambda \right) = 0, (-14 \cdot x - 119 \cdot y + 1457) = 0 \right\}$$

$$soustava := \left\{ -14\,x - 119\,y + 1457 = 0, \frac{11}{20}\,\frac{y^{9/20}}{x^{9/20}} - 14\,\lambda = 0, \frac{9}{20}\,\frac{x^{11/20}}{y^{11/20}} - 119\,\lambda = 0 \right\} \qquad (1)$$

$$> \ solve(soustava, \{x, y, \lambda\})$$

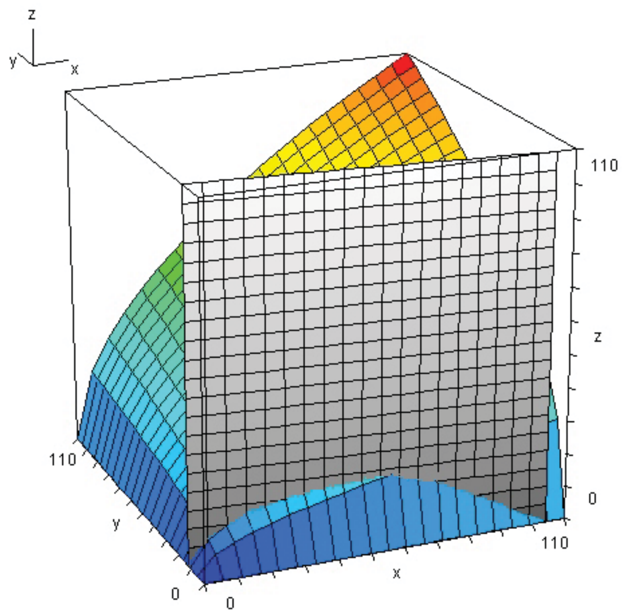
$$\left\{ \lambda = \frac{1}{70212575781185331200}\, 23945555887518562760916992^{11/20}\, 5^{9/20}\, 13113^{9/20}\, 2380^{11/20}, x = \frac{16027}{280}, y = \frac{13113}{2380} \right\} \qquad (2)$$

$$> \ evalf[10](\%)$$

$$\{\lambda = 0.01370182948, x = 57.23928571, y = 5.509663866\} \qquad (3)$$

Pro rozpočtové omezení 1457 Kč je optimum spotřeby mléka 57,2 litrů na osobu za rok a optimum spotřeby ryb 5,5 kg na osobu za rok. Užitková funkce je typicky kvazikonkávní a rozpočtové omezení ji protíná ve křivce, která má jediné maximum, jak můžeme vidět na Obrázku 4.

Obr. č. 4



2.2.3 Spotřebitelský koš [drůbež, ryby]

Z dat uvedených v následující tabulce 4 byla odhadnuta **užitková funkce** ve tvaru

$$U = x^{0{,}66} \cdot y^{0{,}34}.$$

Příslušnou **Lagrangeovu funkci** můžeme tedy vyjádřit vztahem

$$L(x, y, \lambda) = U + \lambda \cdot (1935 - 53x - 119y).$$

Tab. č. 4: Odhad Cobb-Douglassových preferencí

rok	cena (drůbež)	spotřeba (drůbež)	cena (ryby)	spotřeba (ryby)	I (drůbež + ryby)	S1	S2	U(x,y)
2001	60,55	22,9	138,06	5,4	2132,119	0,65033659	0,34966341	13,81790079
2002	46,23	23,9	126,85	5,3	1777,202	0,621705918	0,378294082	13,51908838
2003	53,60	23,8	114,16	5,3	1880,728	0,678290534	0,321709466	14,67998199
2004	51,80	25,3	111,75	5,5	1925,165	0,680741651	0,319258349	15,54281042
2005	51,60	26,1	108,53	5,8	1976,234	0,681478003	0,318521997	16,16508353
suma	**263,78**	**122**	**599,35**	**27,3**	**9691,448**	**3,312552696**	**1,687447304**	**73,72486511**
průměr	***52,55771292***	***24,37329662***	***119,3806467***	***5,456915596***	***1934,800138***	***0,662086332***	***0,336701502***	***14,71107808***

Zobrazení indiferenčních křivek v letech 2001 – 2005, určení optima spotřebitele s využitím programů Derive a Maple

Odhadnutá užitková funkce byla dále použita při zobrazení indiferenčních křivek. Vztahy pro rozpočtové omezení a indiferenční křivky v jednotlivých letech byly zapsány do programu Derive.

#1: $1935 = 53\cdot x + 119\cdot y$

#2: $x^{0.65}\cdot y^{0.35} = 13.82$

#3: $x^{0.62}\cdot y^{0.38} = 13.52$

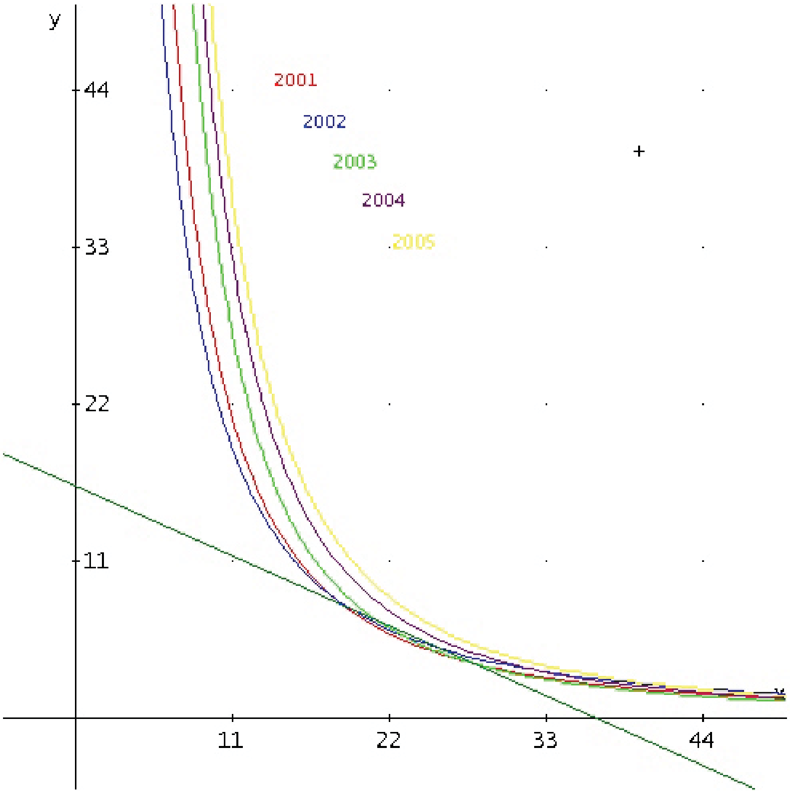
#4: $x^{0.68}\cdot y^{0.32} = 14.68$

#5: $x^{0.68}\cdot y^{0.32} = 15.54$

#6: $x^{0.68}\cdot y^{0.32} = 16.17$

Grafickým zobrazením těchto rovnic jsme opět získali mapu indiferenčních křivek pro jednotlivé roky a přímku znázorňující rozpočtové omezení (viz Obrázek 5).

Obr. č. 5



Parciální derivace Lagrangeovy funkce byly získány v programu Derive, k řešení vzniklých nelineálních rovnic byl použit program Maple.

#1: $$x^{0.66}\cdot y^{0.34} + \lambda\cdot(1935 - 53\cdot x - 119\cdot y)$$

#2: $$\frac{d}{dx}\left(x^{0.66}\cdot y^{0.34} + \lambda\cdot(1935 - 53\cdot x - 119\cdot y)\right)$$

#3: $$\frac{33\cdot y^{17/50}}{50\cdot x^{17/50}} - 53\cdot\lambda$$

#4: $$\frac{d}{dy}\left(x^{0.66}\cdot y^{0.34} + \lambda\cdot(1935 - 53\cdot x - 119\cdot y)\right)$$

#5: $$\frac{17\cdot x^{33/50}}{50\cdot y^{33/50}} - 119\cdot\lambda$$

#6: $$\frac{d}{d\lambda}\left(x^{0.66}\cdot y^{0.34} + \lambda\cdot(1935 - 53\cdot x - 119\cdot y)\right)$$

#7: $$- 53\cdot x - 119\cdot y + 1935$$

$$> \ soustava := \left\{ \left(\frac{33 \cdot y^{\frac{17}{50}}}{50 \cdot x^{\frac{17}{50}}} - 53 \cdot \lambda \right) = 0,\ \left(\frac{17 \cdot x^{\frac{33}{50}}}{50 \cdot y^{\frac{33}{50}}} - 119 \cdot \lambda \right) = 0,\ (-53 \cdot x - 119 \cdot y + 1935) = 0 \right\}$$

$$soustava := \left\{ -53\,x - 119\,y + 1935 = 0,\ \frac{33}{50}\,\frac{y^{17/50}}{x^{17/50}} - 53\,\lambda = 0,\ \frac{17}{50}\,\frac{x^{33/50}}{y^{33/50}} - 119\,\lambda = 0 \right\} \tag{1}$$

$$> \ solve(soustava,\ \{x, y, \lambda\})$$

$$\{\lambda = \tag{2}$$

$$\frac{1}{1078655360761389268956831716933098810331362746876078255382828500}$$

$$394223505405443668952338283139212235093387500592732330545089743531572154979471469204909\backslash$$

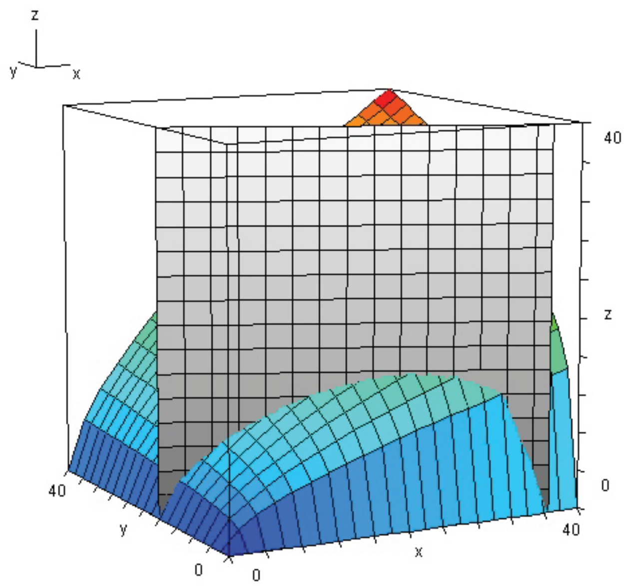
$$43^{33/50}\ 10^{17/50}\ 387^{17/50}\ 70^{33/50},\ x = \frac{12771}{530},\ y = \frac{387}{70} \}$$

$$> \ evalf[10](\%)$$

$$\{x = 24.09622642,\ y = 5.528571429,\ \lambda = 0.007549075839\} \tag{3}$$

Řešením jsme dostali následující výsledek: Při rozpočtovém omezení spotřebitele 1935 Kč je optimum spotřeby drůbeže 24,1 kg na osobu ročně a 5,5 kg ryb na osobu ročně. Z následujícího grafu odhadnuté užitkové funkce je vidět, že se jedná o typickou kvazikonkávní funkci a rozpočtové omezení je jejím řezem (viz Obrázek 6).

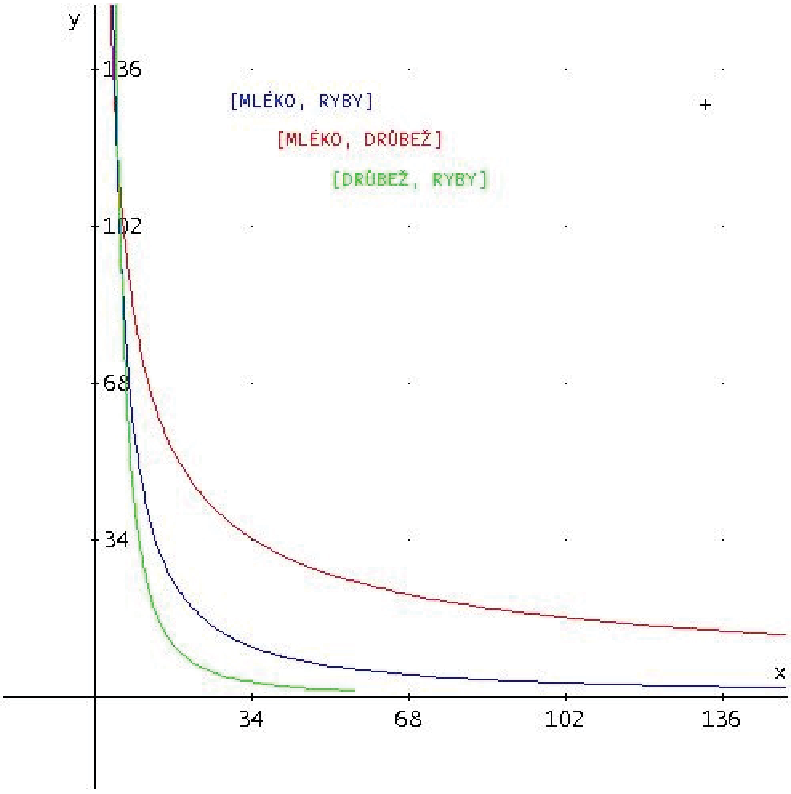
Obr. č. 6



2.2.4 Srovnání celkových užitků jednotlivých spotřebních košů

Na Obrázku 7 je vidět, že z hlediska ordinálního srovnání preferencí spotřebitele přináší spotřebiteli největší užitek spotřební koš [mléko, drůbež], druhý největší užitek přináší spotřební koš [mléko, ryby] a nejmenší užitek z těchto vybraných statků přináší kombinace [drůbež, ryby].

Obr. č. 7



Závěr

V praktické části jsem se věnoval jednotlivým kombinacím třech vybraných spotřebních statků, kde jsem se u každého snažil zjistit, jaký je optimální poměr spotřeby dvojice statků při různých rozpočtových omezení. V teorii je řečeno, že preference mezi jednotlivými statky racionálně se rozhodující spotřebitel volí na základě disponibilního důchodu a užitku, jaký mu spotřeba statku přinese.

Z hlediska vývoje cen můžeme říci, že cena mléka velmi mírně roste, přičemž za 5 let vzrostla přibližně o 1 Kč na litr, kdežto spotřeba je v jednotlivých letech velmi nestálá, jak můžeme vidět v Tabulce 2. Cena drůbežího masa byla v prvním roce 60 Kč, v následujícím roce rapidně klesla a v následujících se ustálila na hodnotě přibližně 52 Kč. Spotřeba drůbežího masa mírně v jednotlivých letech roste, jak můžeme vidět v Tabulce 3. Cena ryb během jednotlivých let klesá, kdežto spotřeba je takřka konstantní, pouze v roce 2005 je mírně nad průměrem, jak můžeme vidět v Tabulce 4.

Z hlediska ordinálního srovnání, tzn. srovnání pořadí jednotlivých spotřebních košů, můžeme říci, že průměrnému spotřebiteli přináší největší ekonomický užitek konzumace dvojice [mléko, drůbež].

Literatura

[1] BARTOŠOVÁ, Jitka. *Mikro a makroekonomické úlohy řešené pomocí programu Derive5*. 1. vyd. [s.l.] : Oeconomica, 2004. 85 s. ISBN 80-245-0758-7.

[2] BARTOŠOVÁ, Jitka. *Modelování v ekonomii : Podpůrný učební text k on-line kurzu 6MI420*. 1. vyd. [s.l.] : Oeconomica, 2007. 35 s. ISBN 978-80-245-1162-7.

[3] *Comparison of computer algebra systems* [online]. 2007 , 01:56, 7 April 2007 [cit. 2007-04-10]. Dostupný z WWW: <http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_computer_algebra_systems>.

[4] *Mikroekonomie otázky* [online]. 2006 [cit. 2007-04-10]. Dostupný z WWW: <http://axelx1.com/CZU/Druhy%20rocnik/Mikroekonomie/mikro_otazky.doc>.

[5] Zdroje bílkovin. *Kulturistika.com* [online]. 2004 [cit. 2007-04-10]. Dostupný z WWW: <http://www.kulturistika.com/2004052302-Zdroje-bilkovin.html>.

[6] *O programu Maple* [online]. 2007 [cit. 2007-04-10]. Dostupný z WWW: <http://www.fi.muni.cz/~hrebicek/maple/o_maplu.html>.

[7] *Spotřebitelské ceny vybraných druhů zboží a služeb* [online]. 2007 [cit. 2007-04-10]. Dostupný z WWW: <http://www.czso.cz/csu/2006edicniplan.nsf/t/910022E6F2/$File/0001060808.xls>.

[8] *Spotřeba potravin a nealkoholických nápojů na 1 obyvatele v ČR v letech 1998 – 2005* [online]. 2007 [cit. 2007-04-10]. Dostupný z WWW: <http://www.czso.cz/csu/2006edicniplan.nsf/t/340038A8E8/$File/3004rr_01.xls>.

[9] VARIAN, H.R. *Mikroekonomie: moderní přístup*. Libor Grega. Praha : Victoria Publishing, 1995. 643 s. ISBN 80-85865-25-4.